

网络干扰下基于最优传输的因果效应估计研究

汇报人：许增博

统计与数据科学学院

2026 年 6 月 9 日



上海财经大学
Shanghai University of Finance & Economics

网络干扰与传统因果推断的冲突

传统因果推断：个体相互独立

- SUTVA 的无干扰假设要求个体结果只由自身处理决定
- 个体 i 的潜在结果写为

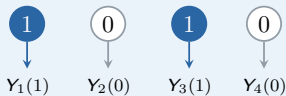
$$Y_i(t), \quad t \in \{0, 1\}$$

现实场景：网络干扰

- 个体嵌入关系网络
- 节点 i 的潜在结果依赖全体处理向量

$$Y_i(\mathbf{T}) = Y_i(T_1, \dots, T_n)$$

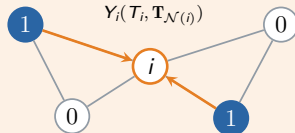
无干扰：每个个体只响应自身处理



● 接受处理 ○ 未接受处理

网络干扰：自身处理与干扰共同作用

$$Y_i(T_i, \mathbf{T}_{\mathcal{N}(i)})$$



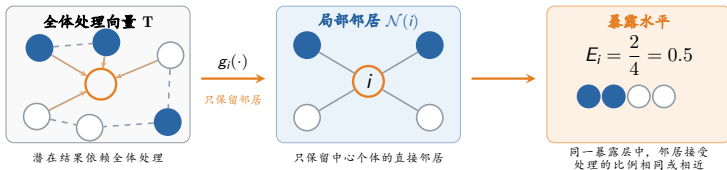
暴露映射：从全局处理向量到邻居暴露

用低维暴露刻画网络干扰

- $Y_i(\mathbf{T})$ 的潜在结果空间随网络规模快速膨胀，难以直接定义和估计
- 暴露映射将邻居处理状态压缩为暴露水平 E_i :

$$Y_i(\mathbf{T}) = Y_i(T_i, E_i), \quad E_i = g_i(\mathbf{T}_{\mathcal{N}(i)}, \mathbf{A})$$

- 固定暴露水平 e 后，比较处理与对照： $\tau(e) = \mathbb{E}[Y_i(1, e) - Y_i(0, e)]$

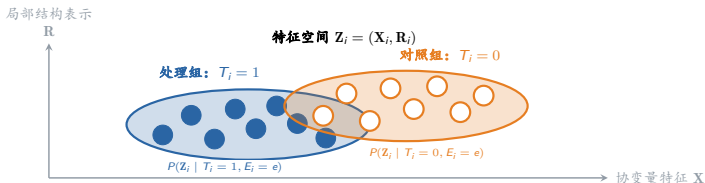


固定暴露下直接比较有偏

局部结构表示与协变量差异造成的选择偏差

- 暴露映射只概括邻居处理比例，观测性的非随机分配与网络同质性影响仍会造成选择偏差
- 令 $\mathbf{R}_i = \phi(\mathbf{A}, \mathbf{X}; i)$ 表示局部结构， $\mathbf{Z}_i = (\mathbf{X}_i, \mathbf{R}_i)$ 。固定 $E_i = e$ 后：

$$P(\mathbf{Z}_i \mid T_i = 1, E_i = e) \neq P(\mathbf{Z}_i \mid T_i = 0, E_i = e)$$

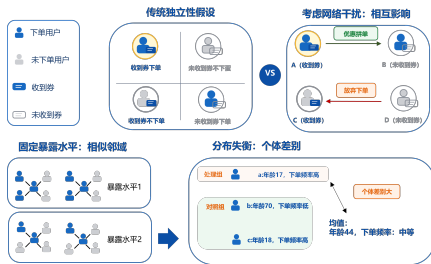


相同暴露只限定邻居处理比例，不能保证处理组与对照组在特征空间中的分布平衡。

现实场景-问题总结

研究发放优惠券是否转化下单问题

- 收到优惠券的用户为处理组 ($T_i = 1$), 未收到的用户为对照组 ($T_i = 0$)



问题总结

即使固定邻居处理比例 $E_i = e$, 平台定向发券仍可能使处理组与对照组的 $Z_i = (X_i, R_i)$ 分布失衡。

核心问题: 如何在同一暴露层内分布平衡, 对照处理更可比

整体方法框架与假设

方法流程

- Step 1: 根据暴露水平进行分层，构造相应表示空间
- Step 2: 在每个暴露层内构造处理组和对照组经验分布
- Step 3: 使用源约束最优传输进行分布平衡
- Step 4: 构造反事实参照并估计处理效应

重要假设

- 一致性与暴露映射近似: $Y_i(T) = Y_i(T_i, E_i)$, 近似误差 $\Delta = 0$ 时暴露充分
- 拓展条件可交换性: $Y_i(0, e), Y_i(1, e) \perp T_i \mid \mathbf{Z}_i, E_i = e$
- 传输重叠性: $0 < P(T_i = t, E_i = e \mid \mathbf{Z}_i = \mathbf{z}) < 1$
- 目标回归局部光滑性: $|\mu_{0,e}(z) - \mu_{0,e}(z')| \leq L_e d(z, z')$

最优传输视角：构造可比性

- 处理组与对照组的节点索引集合：

$$\mathcal{I}_{1,e} = \{i: T_i = 1, E_i = e\}, \quad \mathcal{I}_{0,e} = \{i: T_i = 0, E_i = e\}$$

- 处理组与对照组在调整变量空间中的经验分布分别表示为

$$\hat{P}_{1,e} = \sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} a_i \delta_{\mathbf{Z}_i}, \quad \hat{P}_{0,e} = \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} b_j \delta_{\mathbf{Z}_j},$$

$\delta_{\mathbf{Z}_i}$ 表示在点 $\mathbf{Z}_i$ 处点质量， a_i, b_j 表示处理节点 i 与对照节点 j 在经验分布中的权重

OT 构造可比性: 基于代价矩阵的最优传输匹配

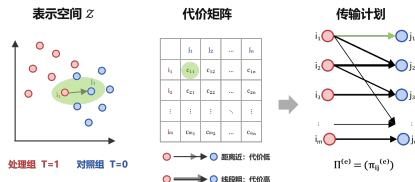
- 传输计划:** 从处理节点 i 传输到对照节点 j 的概率质量

$$(\pi_{ij}^{(e)})_{i \in \mathcal{I}_{1,e}, j \in \mathcal{I}_{0,e}}, \quad \pi_{ij}^{(e)} \geq 0.$$

- 匹配代价:** 处理节点 i 与对照节点 j 在调整变量空间中的匹配代价：

$$c(\mathbf{Z}_i, \mathbf{Z}_j) = \|\mathbf{Z}_i - \mathbf{Z}_j\|_2^2$$

标准均衡 OT



最优传输匹配: 可比性构造

- 均衡 OT 优化目标与约束:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\Pi^{(e)}} \sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} \pi_{ij}^{(e)} c_{ij}^{(e)} \\
 & \text{s.t. } \pi_{ij}^{(e)} \geq 0, \quad \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} \pi_{ij}^{(e)} = a_i, \quad \forall i \in \mathcal{I}_{1,e}, \\
 & \quad \sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} \pi_{ij}^{(e)} = b_j, \quad \forall j \in \mathcal{I}_{0,e}.
 \end{aligned}$$

基于源约束的 OT 分布平衡

balanced OT

- 要求两端质量完整匹配
- 固定暴露层两组分布未必对称
- 可能被迫使用不够可比的目标点

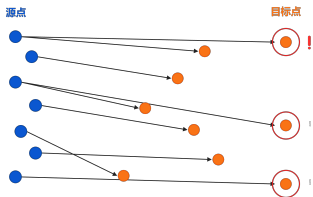


图 1: 均衡 OT 的的强行匹配

source-constrained OT

- 保留源端约束，放松目标端约束
- 有限重叠下更可靠的反事实参照

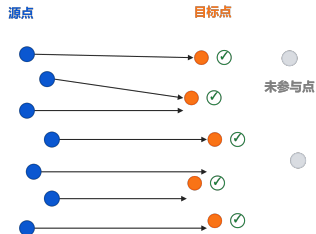


图 2: 源约束 OT 的的匹配

基于源约束的 OT 分布平衡

- 固定暴露，加入熵正则化的 **source-constrained OT** 优化目标:

$$\begin{aligned} \arg \min_{\Pi^{(e)}} \quad & \sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} \pi_{ij}^{(e)} C_{ij}^{(e)} + \varepsilon \sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} \pi_{ij}^{(e)} (\log \pi_{ij}^{(e)} - 1) \\ \text{s.t.} \quad & \pi_{ij}^{(e)} \geq 0, \\ & \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} \pi_{ij}^{(e)} = a_i, \quad \forall i \in \mathcal{I}_{1,e}, \\ & \sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} \pi_{ij}^{(e)} \leq u_j, \quad \forall j \in \mathcal{I}_{0,e}. \end{aligned}$$

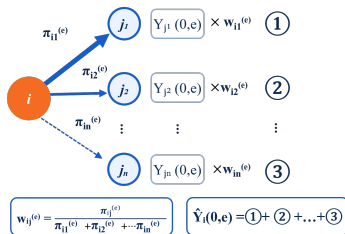
- 核心点：第二边际约束限制某个对照组节点最多能接收多少质量
- $u_j = \rho b_j$, $\rho = 1$ target 总容量，退化为 balanced OT, $\rho > 1$, 部分目标节点可以不接收任何质量，即允许 $\sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} \pi_{ij}^{(e)} = 0$
- ε : 熵正则化强度，控制传输计划平滑程度

OT 加权反事实构造与结果回归修正

- 反事实结果由对照组观测结果的加权平均近似：

$$\hat{Y}_i^{SC}(0, e) = \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} w_{ij}^{(e)} Y_j, \quad w_{ij}^{(e)} = \frac{\pi_{ij}^{(e)}}{a_i},$$

$$\sum_{j' \in \mathcal{I}_{0,e}} \pi_{ij'}^{(e)} = a_i.$$



- 固定暴露水平 e 下的 ATT:

$$\hat{\tau}_{\text{dir}}^{SC}(e) = \sum_{i \in \mathcal{I}_{1,e}} a_i \left[Y_i - \hat{Y}_i^{SC}(0, e) \right].$$

OT-only 反事实构造不稳定；OT 构造可比权重，OR 结果回归提供平滑的反事实基准。

$$\hat{Y}_i^{\text{OR-OT}}(0, e) = \hat{m}_0(Z_i, e) + \sum_{j \in \mathcal{I}_{0,e}} w_{ij}^{(e)} [Y_j - \hat{m}_0(Z_j, e)].$$

实验设计与验证方案

实验流程与目标

- 真实网络中反事实结果不可观测：采用合成网络与真实拓扑半合成实验
- 固定暴露层 $E_i = e$ ，检验处理组与对照组在表示空间中的残余不平衡
- 对比 Naive、IPW、OR、忽略暴露的 OT、纯 OT 与本文完整方法
- 同时报告 RMSE、bias、有效对照样本量、表示平衡和拓扑稳定性

实验设置

- Monte Carlo: 每个核心场景重复 24 次，共 672 条估计记录、384 条传输诊断记录
- 合成网络：随机块模型，扫描网络混杂、同质性、溢出效应与弱重叠
- 真实拓扑：类 Facebook 长尾聚类网络，在固定拓扑上模拟处理与结果
- 实现原则：暴露约束定义 estimand，源约束 OT 构造反事实对照，OR 残差化校正偏差

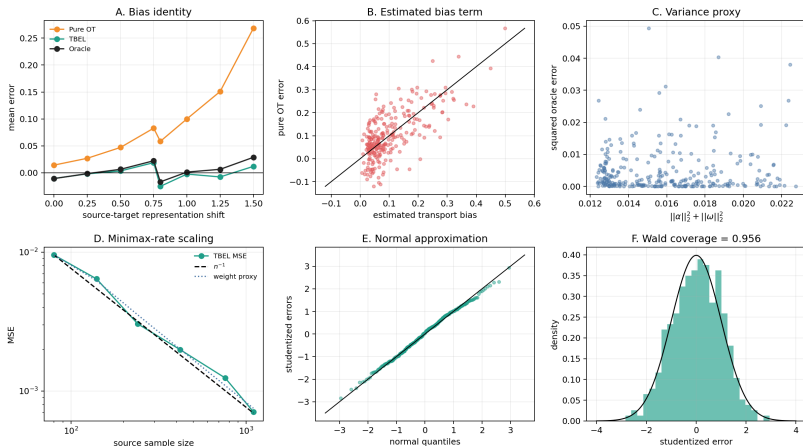
实验主结果：误差与偏差

场景	Naive	IPW	OR	OT-no-exp	纯 OT	本文方法
强网络混杂	1.763(1.745)	0.544(0.487)	0.455(0.420)	0.803(0.784)	0.851(0.839)	0.369(0.330)
高同质性	1.677(1.662)	0.536(0.485)	0.362(0.326)	0.647(0.635)	0.777(0.761)	0.282(0.236)
弱重叠消融	1.905(1.882)	0.783(0.726)	0.561(0.522)	1.047(1.023)	0.966(0.951)	0.430(0.370)
真实拓扑半合成	1.624(1.605)	0.682(0.657)	0.494(0.478)	0.605(0.581)	0.816(0.799)	0.403(0.376)

结果解读

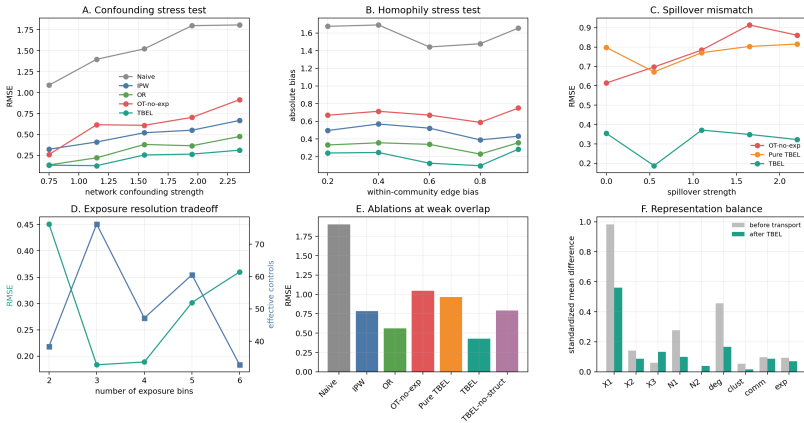
- 表中数值为 RMSE (signed bias); 本文完整方法在四类场景中均取得最低 RMSE
- 忽略暴露的 OT 在溢出效应与真实拓扑下偏差明显, 说明反事实比较必须尊重暴露状态
- 纯 OT 仍有较大正偏差, OR 残差化是降低系统偏差的关键步骤

理论诊断：偏差校正与统计稳定性



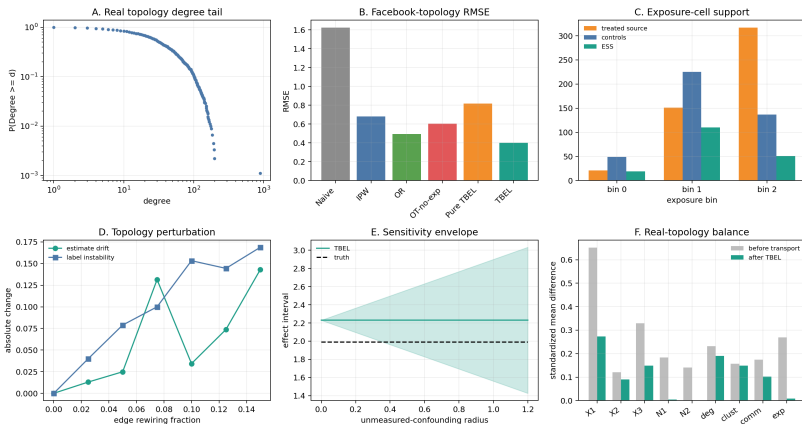
图中展示：纯 OT 偏差随表示偏移增大；残差校正保持居中；误差随样本量下降并具有近似正态性。

合成网络验证：压力测试与消融



网络混杂、同质性和溢出效应增强时，本文方法保持较低误差；弱重叠下，残差化与结构表示均不可省略。

真实拓扑半合成：支持度、稳定性与敏感性



长尾真实拓扑下，暴露单元支持并不均衡；边扰动会改变暴露标签，敏感性区间用于刻画未观测网络混杂风险。

总结与预期贡献

方法总结

- 出发点：网络干扰下直接比较有偏；暴露映射提供效应定义，但不保证估计可比性
- 本文引入源约束 OT 与目标容量上限，缓解固定暴露层内的分布失衡与弱重叠问题
- 进一步结合 OR 残差修正，提高反事实估计稳定性
- 实验结果表明：完整方法在四类场景中均优于 Naive、IPW、OR 与 OT 类基线

后续研究安排

- 明确暴露映射选择准则，系统比较暴露分层过粗与过细的风险
- 面向真实业务场景，解释有效对照样本量、最大负载与敏感性曲线